



TITLE:

# 絶対・対流不安定領域における流体ジェットの崩壊現象 (非線形波動現象の数理と応用)

AUTHOR(S):

吉永, 隆夫

---

CITATION:

吉永, 隆夫. 絶対・対流不安定領域における流体ジェットの崩壊現象 (非線形波動現象の数理と応用). 数理解析研究所講究録 2010, 1701: 47-50

ISSUE DATE:

2010-08

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/169992>

RIGHT:

# 絶対・対流不安定領域における流体ジェット の崩壊現象

阪大 基礎工

吉永隆夫 (Takao Yoshinaga)

Dept. Mechanical Science, Osaka Univ.

## 1. はじめに

よく知られているように、ノズルから静止気体中に噴出した液体ジェットは下流に行くにしたがって不安定になり最後には崩壊し液滴に分裂する [1]. ジェティングと呼ばれるこのような流れは Weber 数  $Wb$  (=慣性力と表面張力の比) が大きい場合支配的であり、攪乱が下流に向かって増幅しながら伝播する‘対流不安定’により引き起こされる. しかし,  $Wb$  が十分小さいと, ノズル出口付近で液滴が連続的に形成されるドリッピングと呼ばれる離散的な流れに変わるが, この領域では攪乱が上下流方向に増幅しながら同時に広がる‘絶対不安定’と関係している. 一般に, ドリッピングからジェティングへの移行時にはカオス現象などが現れることが知られているが, その領域での両者の明確な区別は難しい. 最近, ドリッピング領域において  $Wb$  が増加するとき, ある  $Wb$  を境にノズルから崩壊点までの距離が急激に増加することが示されている. この  $Wb$  がドリッピングとジェティングを区別し, また絶対・対流不安定を区別する臨界  $Wb$  に相当すると予想されている [2,3]. しかし, 絶対・対流不安定性は半無限領域を仮定した線形安定性理論に基づいており, 有限長さのジェットにおける非線形の崩壊現象がどの程度説明できるかどうかは明らかではない.

そこで本研究では, 半無限ジェットの崩壊現象を対流・絶対不安定領域で調べることにより安定性に及ぼす非線形性の影響や実際の有限長さジェットの崩壊との違い明らかにする. そのため, 非線形の意味で最も不安定な攪乱に着目し, このような攪乱によるジェットの崩壊現象を調べている.

## 2. ジェットの方程式と線形安定性

軸対称  $(r, z)$  系で十分細い液体円柱ジェットを記述する方程式として, 長波近似の下で得

られる以下の方程式を考える [3] :

$$R_t = -wR_z - (R/2)w_z, \quad (1a)$$

$$w_t = -ww_z - Wb^{-1} \left[ R^{-1}(1 + R_z^2)^{-1/2} - R_{zz}(1 + R_z^2)^{-3/2} \right]_z + 3Re^{-1} R^{-2} (w_z R^2)_z + Fr. \quad (1b)$$

ここで,  $R, w$  はそれぞれ無次元化されたジェットの半径および軸方向速度で添え字  $t, z$  はそれぞれによる微分を示す. パラメータ  $Wb, Re, Fr$  はそれぞれ Weber 数, Reynolds 数, Froude 数である.

平衡状態 ( $R = w = 1$ ) からの微小な変動量  $\tilde{R}(= R - 1), \tilde{w}(= w - 1)$  が  $e^{i(kz - \omega t)}$  に比例するとき, 波数  $k$ , 角振動数  $\omega$  の間で

$$(k - \omega)^2 = k^2(k^2 - 1)/(2Wb), \quad (2)$$

の線形分散関係が成り立つ. 上式で  $k, \omega$  共に複素数 ( $k = k_R + i k_I, \omega = \omega_R + i \omega_I$ ) を仮定するとき,  $Wb < 4$  で  $k_I < 0$  領域においてサドル点 ( $d\omega/dk = 0$ ) 近傍で放射状件を満たす攪乱は時間不安定 ( $\omega_I > 0$ ) になることから, 上下流領域で時空間で増幅する絶対不安定性を示す. 一方,  $Wb > 4$  では放射条件を満たす攪乱は下流に向かって時空間で増幅しながら伝播するので対流不安定性を示す. このとき臨界 Weber 数は  $Wb_c = 4$  である (厳密な線形理論では  $\pi$ ). 以下では, ジェットの崩壊に至る時間, 空間発展の非線形問題を解くことにより, このような線形安定性の有効性を見る.

### 3. 計算結果

(1) 式を数値的に解くために, 時間微分は 4 次の Runge-Kutta 法, 空間微分は有限差分法を用いる (移流項は 3 次精度の風上差分). 計算精度のチェックのために体積及びエネルギーがすべての時間に対して相対誤差 5 % 以内で保存されるように計算を行っている ( $Re = \infty, Fr = 0$  の場合のみでその他は体積保存のみ).

初期条件として  $t = 0$  で  $R = w = 1$  の平衡状態を仮定した半無限ジェット ( $0 \leq z < \infty$ ) を考え,  $t > 0$  で  $z = 0$  に速度攪乱  $w = 1 + \eta \sin(\omega t + \phi)$  ( $\phi = 0, \pi$ ) を与え, 攪乱の空間発展を調べる. 特に, 位相  $\phi = 0, \pi$  の各々に対して  $t_b$  を最小にするような攪乱角周波数  $\omega_c$  を  $\eta$  および  $Wb$  に対して求め, そのうちの  $z_b$  が小さくなるほうの  $\phi$  を採用する. そのような  $\omega$  に対して得られた結果の内, 例として  $Re = \infty, Fr = 0$  の場合について以下に示す.

図は種々の  $Wb$  に対する崩壊距離  $z_b$  の変化が  $\eta = 0.000005$  と  $\eta = 0.05$  の場合について示されている. 図からわかるように攪乱振幅が十分に小さいときは  $Wb > 4$  の対流不安定領域で,  $z_b$  はほぼ  $Wb^{0.45}$  (図中実線) に比例しており, 線形理論 ( $Wb^{0.5}$ ) や実験結果 [4] にかなり近い. しかし  $\eta$  が大きくなると, 線形理論での傾向から大きくずれてくる. 一方,  $Wb < 4$  の絶対不安定領域では,  $Wb$  や  $\eta$  の値にかかわらず  $z_b$  はほぼ一定であり, 崩壊が攪乱の種類にはよらないことを意味している.

図は絶対・対流不安定領域でのジェットの崩壊に至るまでの典型的な形状の変化を示す. 対流不安定領域 ( $Wb = 100$ ) における図 (a) では, 攪乱は時間的空間的に増幅しながら伝

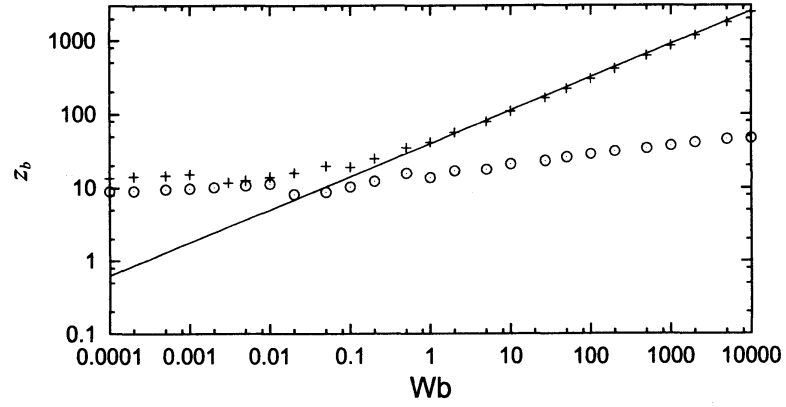


図 1:  $Wb$  に対する崩壊距離  $z_b$  の変化;  $+$ :  $\eta = 0.000005$ ,  $\bigcirc$ :  $\eta = 0.05$ , —:  $Wb^{0.45}$ .

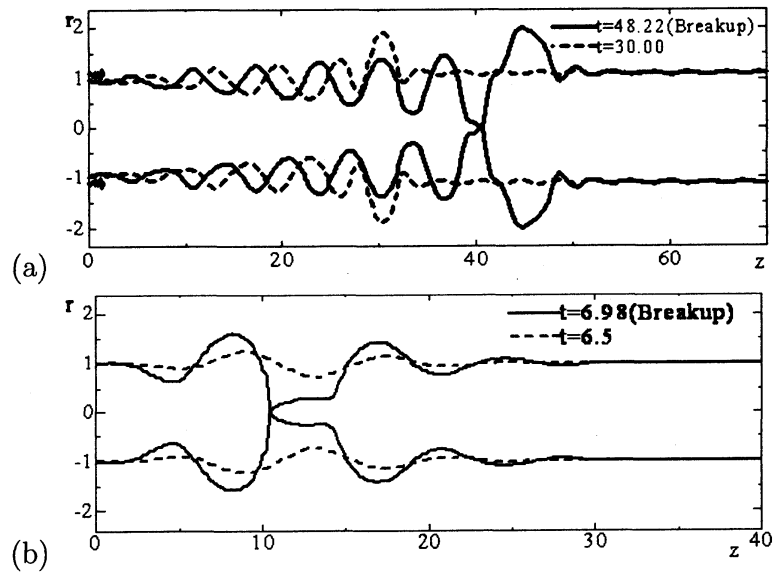


図 2:  $Wb$  に対するジェット形状の時間発展: (a)  $Wb = 100$  (b)  $Wb = 0.1$

播して崩壊を引き起こすのに対して、絶対不安定領域 ( $Wb = 0.1$ ) の図 (b) では、広く拡がった攪乱が時間と共に徐々に大きくなり、最大振幅の部分で破断が引き起こされる。最終的な崩壊形状は両図であまり変わらないが、そこに至る過程が異なっていることから、絶対不安定と対流不安定の崩壊過程の違いは不安定性の初期段階において現れることがわかる。

#### 4. 結論

半無限ジェットにおいて最も不安定となるような攪乱周波数  $\omega_c$  に対して得られた結果を以下に示す：

- (i)  $Wb > 4$  (対流不安定領域) では  $z_b$  は  $\eta$  の大きさにより大きく影響を受けるため、攪乱振幅の非線形性に敏感であるのに対し、 $Wb < O(1)$  (絶対不安定領域) では  $z_b$  は  $\eta$  や  $Wb$  に依らずほぼ一定である。
- (ii) 最終的なジェットの崩壊形状は対流・絶対不安定領域においてあまり変わらないが、初期の不安定性による攪乱の伝播は異なる。重力の影響は絶対不安定性においてはより広い領域での攪乱の不安定な増加を引き起こす (大域的不安定)。
- (iii) 有限長さジェットにおいて知られている臨界の  $Wb$  近傍での  $z_b$  の不連続な増加は半無限ジェットでは見られないことから、このような変化は有限長さのジェット先端部の効果であると予想される。
- (iv) 粘性効果はジェットの崩壊までの時間を増加させるが、不安定性が本質的に変わることはない。

#### 参考文献

1. Middleman, S.: 'Modeling Axisymmetric Flows,' (Academic Press, 1995).
2. Ambravaneswaran, B., H.J. Subramani, S.D. Phillips, and O.A. Basaran: Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 034501.
3. Utada, A.S., A. Fernandez-Nieves, J.M. Gordillo and D.A. Weitz: Phys. Rev. Lett. **100** (2008) 014502.
4. Eggers, J.: Rev. Mod. Phys. **69** (1997) pp 865-929.
5. Kroesser, F.W. and S. Middleman: AIChE. **15** (1969) pp.383-386.